Лекция №6

Тема: «**Отношения логического следования и равносильности между предложениями**»

План:

1) *Отношение логического следования между предложениями.*
2) *Отношение равносильности между предложениями.*
3) *Структура теоремы.*
4) *Виды теорем.*

Отношение логического следования между предложениями (импликация)

«число x кратно 4», $x \in \mathbf{N}$	$\Rightarrow$ $\not\Leftarrow$	«число x кратно 2», $x \in \mathbf{N}$

Высказывательная форма В(х) <u>следует</u> из высказывательной формы А(х), если В(х) обращается в истинное высказывание при всех тех значениях х, при которых А(х) истинна.

Обозначается $A(x) \Rightarrow B(x)$

Читают:

- Из А(x) следует В(x).
- Всякое А(x) есть В(x).
- Если А(x), то В(x).
- В(x) есть следствие А(x).
- А(x) есть достаточное условие для В(x).
- В(x) есть необходимое условие для А(x).

Высказывание «**если А, то В**» еще называется ***импликацией*** высказываний или ***условным высказыванием.***

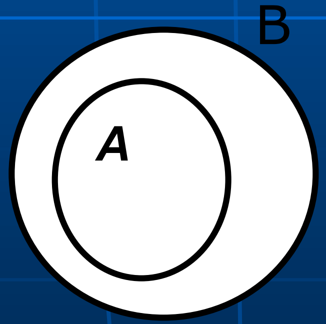
Таблица истинности для импликации

A	**B**	**A⇒B**
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	И
Л	Л	И

Так как предложение **A(x)⇒B(x)** *может быть сформулировано в виде «всякое A(x) есть B(x)», то его истинность устанавливается путем доказательства, а ложность – с помощью контрпримера.*

Если T_A – множество истинности высказывательной формы A(x), а T_B – множество истинности высказывательной формы B(x), то A(x)⇒B(x) означает, что $\mathbf{T_A \subset T_B}$

На кругах Эйлера отношение A⇒B изображается:



Пример. Доказать, что из уравнения $3x(x–2)=0$ следует уравнение $3x(x–2)(x+3)=0$, если уравнения заданы на множестве **Z** целых чисел.

Решение.

Множество решений первого уравнения $T_1=\{0, 2\}$,

множество решений второго $T_2 =\{–3, 0, 2\}$.

$T_1 \subset T_2$. Следовательно, из уравнения $3x(x–2)=0$ следует уравнение $3x(x–2)(x+3)=0$.

Отношение равносильности между предложениями (эквиваленция)

«число делится на 3», $x \in \mathbf{N}$

«сумма цифр в записи числа делится на 3 », $x \in \mathbf{N}$

Предложения А(х) и В(х) ***равносильны****, если из предложения А(х) следует предложение В(х), а из предложения В(х) следует предложение А(х).*

Обозначается $A(x) \Leftrightarrow B(x)$

Читают:

- А(x) равносильно В(x).
- А(x) тогда и только тогда, когда В(x).
- А(x) необходимое и достаточное условие для В(x).
- В(x) необходимое и достаточное условие для А(x).

Высказывание **A⇔B** *еще называют* ***эквиваленцией*** *высказываний A и B*

Таблица истинности для эквиваленции

A	**B**	**A ⇔ B**
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	Л
Л	Л	И

Пример. Доказать, что уравнения $3x(x–2)=0$ и $3x(x–2)(x+3)=0$ равносильны на множестве целых неотрицательных чисел.

Решение.

Множество решений первого уравнения – $T_1 = \{0, 2\}$, множество решений второго, заданного на множестве целых неотрицательных чисел – $T_2 = \{0; 2\}$.

Имеем, что $T_1 = T_2$, следовательно, данные уравнения равносильны на множестве целых неотрицательных чисел.

Структура теоремы

Теорема – это высказывание, истинность которого устанавливается посредством рассуждения (доказательства).

$$A \Rightarrow B$$

А - условие теоремы, В – заключение теоремы

Пример. *Теорема «если четырехугольник является прямоугольником, то в нем диагонали равны»*

Условие: «*четырехугольник – прямоугольник*», заключение – «*в таком четырехугольнике диагонали равны*».

Правила и формулы

«Если a – любое число и $n, k \in \mathbf{N}$, то справедливо равенство $a^n \cdot a^k = a^{n+k}$».

Условие теоремы – «a – любое число и n, k – натуральные числа», заключение – это равенство $a^n \cdot a^k = a^{n+k}$

Правило: «*при умножении степеней с одинаковыми основаниями, показатели складываются*»

Виды теорем

$A \Rightarrow B$ - прямая теорема
«если А, то В»
«если углы вертикальные, то они равны»

$B \Rightarrow A$ – обратное данному
«если В, то А»
«если углы равны, то они вертикальные»

утверждения

$\overline{A} \Rightarrow \overline{B}$ - противоположное данному «если не А, то не В»
«если углы не вертикальные, то они не равны»

$\overline{B} \Rightarrow \overline{A}$ – обратная противоположной теорема
«если не В, то не А»
«если углы не равны, то они не вертикальные»

Закон контрапозиции

$$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\overline{B} \Rightarrow \overline{A})$$